Otimização de sistemas decisórios descentralizados

Érik da Silva Oliveira[1]

Resumo: Devido à grande competitividade mundial, as organizações estão preocupadas com a otimização de seus processos produtivos inseridos em ambientes sinérgicos, mutáveis e hierarquizados. A Pesquisa Operacional é uma metodologia decisória com algoritmos que buscam a otimização destes processos. A Programação Linear em Dois Níveis (PLDN) é um modelo de Pesquisa Operacional que representa bem operações de produção que dependem de dois níveis hierárquicos de decisão. Assim, com o modelo de PLDN encontra-se uma solução compatível aos interesses de dois níveis decisórios distintos, sendo cada um deles governado por uma parcela de variáveis que interagem nas restrições do modelo. O Algoritmo Identificador de Vértices Viáveis é um método que reconhece todos os pontos extremos viáveis do PLDN, sendo sua implementação em MATLAB bastante eficiente no entendimento dos resultados teóricos do PLDN.

Palavras-chave*:* Programação Linear em Dois Níveis; Sistemas de Decisão Descentralizados; Algoritmo Identificador de Vértices Viáveis.

INTRODUÇÃO

Em decorrência do processo globalização do mundo atual, as empresas estão preocupadas com seus produtos, serviços e processos produtivos, propiciando assim uma busca incessante por melhorias, almejando minimizar os custos e aumentar os lucros. Esse esforço pela otimização faz com que as empresas possam estar mais preparadas e competitivas a cada dia com o objetivo de se estabelecer no mercado, manter a aceitação de seu público consumidor em relação a seus produtos e serviços, além de buscar liderança em relação a seus concorrentes.

A Pesquisa Operacional é considerada como um ramo da ciência que busca a otimização dos processos empresariais, de modo a atingir um patamar ótimo no processo produtivo como um todo, isto é, sem deixar de considerar o fator humano. No entanto, deve-se ter em mente, que em um ambiente mutável como o atual, com possibilidade de influência mútua entre as empresas, devem-se buscar procedimentos de otimização que tratem, não somente, o ambiente interno da empresa, mas também que considerem o ambiente externo e a cadeia Logística

[1] Bacharel em Administração – UFF; Pós-Graduação em Novas Tecnologias no Ensino da Matemática – UFF; Pós-Graduação em Planejamento, Implementação e Gestão de Educação à Distância – UFF; Mestre em Engenharia de Produção - UENF/CCT/LEPROD; Doutor em Produção Vegetal - UENF/CCTA/LEAG; Contato: eriksilvaoliveira@yahoo.com.br

onde ela estiver inserida, e como se pode interagir com esse ambiente de forma que se possa obter o melhor dele, visando um desenvolvimento sustentável.

Assim, os processos organizacionais, sociais e humanos se encontram em uma contínua interação e sinergia. Tais processos não se encontram soltos, desgarrados ou desconexos da realidade e da sociedade onde estão embutidos, ou seja, eles têm que ser vistos de forma holística; posteriormente, as decisões que irão direcionar, conduzir, focar e verter seus objetivos e metas devem ser considerados como um todo e não apenas basicamente em partes segmentadas. Dessa forma, observa-se que muitos processos organizacionais de otimização estão dispostos hierarquicamente em estruturas multiníveis ou multiescalonadas, formando sistemas decisórios descentralizados aos quais as decisões de um nível irão exercer influência direta ou indireta sobre outros níveis hierárquicos da Cadeia Logística.

A LOGÍSTICA E SUA IMPORTANCIA PARA AS OPERAÇÕES PORTUÁRIAS

A Logística surgiu durante a Segunda Guerra Mundial para prestar aparato de apoio exclusivamente militar, em termos de transporte, abastecimento e alojamento de tropas. Quando foi adotada pelo mundo dos negócios a Logística passou a ter a mesma conotação que tinha no mundo militar, apenas como atividade de apoio e inevitável, dando suporte de transporte e armazenagem, mais sendo considerado como algo secundário em um primeiro momento. No entanto, a Logística evolui com o passar do tempo, agregando diversos valores que, anteriormente não faziam parte de seu conceito, e tornando algo primordial nos processos empresariais. Conforme NOVAIS (2001, p.35)

> A Logística Empresarial evoluiu, desde os seus primórdios, sendo que, em seu conceito moderno agrega valor de lugar, de tempo, de qualidade e de informação à cadeia produtiva. E além de agregar (...) valores positivos para o consumidor final, a Logística moderna procura também eliminar do processo tudo que não tenha valor para o cliente, ou seja, tudo que acarrete somente custos e perda de tempo.

Na atualidade a definição de Logística para o COUNCIL OF SUPPLY CHAIN MANAGEMENT PROFISSIONALS (2007, p. 50), antigo COUNCIL OF LOGISTICS MANAGEMENT é tida como:

> A gestão logística é a parte da gestão da cadeia de suprimentos que planeja, implementa, e controla o fluxo eficiente, eficaz e efetivo dos fluxos diretos e reversos, bem como o armazenamento de mercadorias e cargas, serviços e informações relacionadas entre o ponto de origem e o ponto de consumo para fazer ou atender o adequado requisito dos consumidores ou encontrar e satisfazer suas exigências.

Tais fatores implicam também a otimização dos recursos, pois, se de um lado se busca o aumento da eficiência e a melhoria dos níveis de serviços ao cliente, de outro, a competição no mercado obriga a uma redução contínua nos custos. No que tange a parte de serviços Logísticos, o transporte marítimo tem sido, no geral, o mais conveniente e o menos caro dos meios, para se transportar mercadorias em grandes volumes.

No decorrer dos séculos, o transporte marítimo tem evoluído muito, sendo tal evolução dirigida de acordo com as necessidades do comércio mundial e da capacidade técnica de se construir navios maiores, também estruturas portuárias mais eficientes aos quais são adequadas à manipulação das mercadorias. Deste modo, podemos observar que um porto faz parte de um sistema de transporte, que por sua vez existe pela necessidade de intercâmbio comercial entre os povos, e que e em decorrência da própria natureza da operação portuária, estes são estruturas dinâmicas e em permanente evolução e inovação tecnológicas. Segundo ALVARADO (2000) apud RODRIGUES (2001, p.21)

> (...) a carga e os navios não podem ser tratados como usuários, e aglomerados junto aos operadores portuários, logísticos, despachantes e transportistas. Sem carga não existe o porto, sem o navio não existe a carga, portanto a própria Gestão do porto deve estar à serviço de ambos.

Podemos observar no decorrer da história moderna a influência mútua e direta dos navios e as suas conseqüências na evolução das operações portuárias. No caso dos navios, seu crescimento em tamanho, sua velocidade e especialização, são características físicas e operativas que constituem fatores fundamentais na hora de se projetar um novo porto ou a expansão de um já existente. Assim, observa-se que o tipo de navio determina ainda as características de guindastes, equipamentos de carga e descarga, as características da infraestrutura terrestre (esplanadas, armazéns, e até a infra-estrutura de estradas e ferrovias).

Em contrapartida, no caso dos portos, as zonas de entrada e abrigo, as zonas da manobra e fundeio, assim como as obras marítimas interiores, dársenas, berços de atracação, moles, atracadouros, canais, eclusas e instalações específicas, serviços às embarcações como rebocadores, praticagem, fornecimento de combustíveis, água, energia elétrica, materiais de consumo à bordo, consertos, e todo tipo de serviço ligado à tripulação e à mão de obra portuária, todas elas dependem do tipo de navio a ser atendido.

Por outro lado, as mudanças da forma física das mercadorias e a aparição da unitização da carga geral em palets, big bags ou containeres impuseram novos métodos de manipulação, condições de armazenagem e processos de transformação, bem como sua forma de gestão. Dessa forma, os grandes investimentos no setor armador, com o conseqüente crescimento do tempo de amortização dos navios, fizeram com que a redução do tempo dos navios em porto passasse a ser fundamental para o processo logístico e o seu diferencial competitivo. Assim, como conseqüência em volta do cais, passam a ser construídas grandes áreas para armazenagem de containeres e operação de caminhões e vagões, em substituição aos velhos armazéns e estreitas áreas para operação de transbordo multimodal.

Baseando-se nesses fatores procura-se minimizar o tempo de estadia do navio e veículos no porto, minimizar o tempo das mercadorias no porto; portanto reduzir ou eliminar os custos de manipulação e inventário no porto, minimizar os imprevistos, atrasos e riscos, incluindo os efeitos de greves, erros humanos e similares, maximizar a integração dos distintos modos de transporte que atuam no porto, maximizar a flexibilidade das operações e a tecnologia do porto com a tecnologia cambiante dos usuários e clientes, e reduzir o tempo de adaptação e predição das mudanças tecnológicas ao mínimo possível, além de reduzir os custos globais pela utilização do porto.

Atualmente, devido à grande integração entre as empresas, e a ampliação e expansão da tecnologia, chegou-se à conclusão de que ganhos maiores podem ser obtidos através de uma maior integração efetiva dos elementos da Cadeia Logística, como a otimização global dos custos e do desempenho, sendo estes mais expressivos do que a soma dos possíveis ganhos individuais de cada participante, quando atuando separadamente, focalizando assim uma visão sinérgica de todos os componentes da estrutura hierárquica da Cadeia de Distribuição.

A esse tipo de operação logística integrada moderna é denominado de *Supply Chain Management* (SCM), ou seja, Gerenciamento da Cadeia de Suprimentos, buscando equacionar seus elementos de forma a prover o atendimento do cliente na forma e por ele almejada.

A PESQUISA OPERACIONAL

A origem da Pesquisa Operacional formalmente data-se dos anos 40 com os primeiros intentos de usar o método científico na administração e otimização de recursos escassos. Com a chegada da revolução industrial, as organizações, os negócios e os órgãos governamentais se deparam com a necessidade de trabalhar os recursos da melhor forma possível, pois estes são limitados. Segundo HILLIER e LIEBERMAN (1998) apud GAVIRA, (2003, p.25)

> A revolução industrial trouxe ao mundo um notável crescimento no tamanho e complexidade das organizações. Essa revolução proporcionou um aumento na divisão do trabalho e das responsabilidades das empresas. Os resultados foram excelentes, mas junto com eles surgiram problemas. Dentre esses problemas encontra-se por parte dos segmentos organizacionais, a perda da visão do objetivo organizacional e de como as atividades das organizações devem interagir para atingí-lo. Outro problema relacionado é a alocação de recursos disponíveis entre as varias atividades de maneira eficaz. Esses problemas, bem como a necessidades de solucioná-los, proporcionaram um incentivo a estudos científicos que hoje podemos relacionar com a Pesquisa Operacional.

Para JORDÁN, (2002, p.01)

> A Pesquisa Operacional como ciência surgiu para resolver, de uma forma mais eficiente, a distribuição ótima de recursos, os problemas de administração nas organizações, etc., originados pelo acelerado desenvolvimento provocado pela revolução industrial.

A experiência de sucesso na solução de problemas bélicos, o reconhecimento de que, em essência, uma organização industrial tem restrições e objetivos análogos aos de um procedimento militar em época de guerra, o progresso alcançado no conhecimento de conceitos e técnicas matemáticas na solução de problemas e a aparição do computador, aceleraram o desenvolvimento da Pesquisa Operacional. Assim, a necessidade de resolução de uma forma mais eficiente, de problemas na administração de processos de produção, buscando uma solução ótima, conduziram para a afirmação da importância da Pesquisa Operacional como ciência utilizada em problemas relacionados à condução e coordenação de operações (ou atividades) dentro de uma organização e da cadeia Logística como um todo.

2.1. A Programação Multinível

Muitos problemas de tomada de decisão requerem acordos entre as partes envolvidas no processo de negociação ou de resposta às decisões tomadas por uma das partes, pois os objetivos dessas partes, ou seja, os diversos indivíduos ou entidades se encontram em contínua interação. De uma forma geral tais processos de decisão se encontra dispostos dentro de uma estrutura hierárquica, cujos objetivos independentes são na grande maioria das vezes antagônicos, e de certa forma podem se opor. Cada unidade ou nível está associado a certa hierarquia, ao qual as partes estão dispostas e interagindo entre si, e desejam a otimização de seu objetivo individual, de forma que exerça um certo controle sobre os outros níveis hierárquicos.

A Programação Multinível representa melhor a otimização de organizações hierárquicas que buscam um valor ótimo para o nível principal de forma que seja compatível ou conciliável aos vários níveis ao qual está ligado e dos quais ele depende. Conforme Bialas (2004, p.01) “As técnicas de otimização Multinível dividem o controle sobre as variáveis de decisão de um problema de otimização entre os responsáveis pelas decisões”. Assim, um problema de Programação Multinível, de uma forma geral, é um conjunto de problemas de otimização encadeados, embutidos:

> Uma característica importante de problemas de otimização Multinível é que um planejador em um nível da hierarquia pode ter sua função objetivo determinada, em parte, pelas variáveis controladas por outros níveis. Entretanto, seus instrumentos de controle podem lhe dar permissão para que influencie nas

> políticas dos outros níveis e melhorem, através disso, sua própria função objetivo. Tais políticas podem incluir o controle de alocação e de uso dos recursos nos níveis mais baixos, e o controle dos benefícios conferidos sob os níveis subordinados. (BIALAS e KARWAN, 1979, p.02)

Dessa forma observa-se que o controle sobre as variáveis de decisão é dividido entre os diversos níveis hierárquicos, sendo que uma variável de decisão pode impactar a função objetivo de diversos outros níveis hierárquicos, ou então de todos os níveis. Segundo Bialas (2005)

> O paradigma da otimização multinível é útil em muitos campos incluindo: Economia, Pesquisa Operacional, Estatísticas, e a Teoria de Controle, com aplicações nos Sistemas do Transporte, Projeto de Engenharia do Sistema, Engenharia ambiental, Psicologia, Fatores Humanos, Comportamento da Organização (elementos que influenciam a organização), Sociologia e Ciências Políticas.

Assim, a aplicação de modelos de programação multinível é útil em Teoria de Controle Ótimo, Economia, Sistema de Transporte, Engenharia Ambiental, Sociologia e Ciências Políticas, etc. Dessa forma, pode-se dizer que os problemas de Programação Multinível apresentam basicamente as seguintes características:

i) O sistema modelado possui unidades de tomada de decisão que interagem dentro de uma estrutura predominantemente hierárquica ou disposta de forma escalonada;
ii) Cada unidade de tomada de decisão busca maximizar seus lucros, ou minimizar seus custos, independentemente de outras unidades, mas, no entanto, suas decisões são afetadas pelas ações de outras unidades externas;
iii) O efeito externo relacionado à tomada de decisão, pelo responsável de uma unidade de nível mais alto é refletido na função objetivo e em seu conjunto de decisões viáveis das unidades de níveis mais baixos.

Assim no processo de tomada de decisão, temos que ter em mente que todas as decisões estão embutidas em um processo sinérgico ditado pelo dinamismo da interação entre as variáveis dos diversos níveis hierárquicos.

2.2 A Programação Linear em Dois Níveis

Um Problema de Programação em Dois Níveis (PDN) é um caso particular do Problema de Programação Multinível, apresentando como característica principal apenas dois níveis hierárquicos embutidos em processo de tomada de decisão. É um problema de otimização hierárquica onde um conjunto ou subsistemas de variáveis, estão limitados ou restringidos para serem uma solução de um dado problema de otimização parametrizada pelas variáveis restantes. Quando as funções que definem o problema PDN são todas funções lineares se tem o Problema Programação Linear em Dois Níveis (PLDN). Conforme afirma WEN e HSU (1991) apud LAVAL (2003, p.38)

> Um aspecto importante da formulação do problema de programação linear em dois níveis é que um nível hierárquico tem a sua função objetivo determinado por variáveis controladas por outros níveis e as características comuns desse tipo de problema são as seguintes:
>
> a. Existem unidades ou níveis hierárquicos interativos de tomada de decisão (níveis decisórios) em uma estrutura predominantemente hierárquica;
> b. A execução das decisões é seqüencial, ou seja, a unidade ou o nível seguidor toma as suas decisões após a definição das decisões da unidade ou do nível líder;
> c. Cada unidade ou nível decisório otimiza a sua função objetivo independentemente dos outros níveis, mas é afetado por ações ou reações dos demais níveis;
> d. O efeito externo do problema da tomada de decisão pode se refletir tanto na função objetivo como no conjunto das decisões viáveis do outro nível, sendo assim, espaço de decisão é totalmente ou parcialmente determinado por outros níveis.

A formulação genérica de um Problema de Programação Linear de Dois Níveis pode ser escrita como:

$$
\begin{array}{llll}
\textbf{(PLDN)} & \mathbf{Min}_{x,y} & \mathbf{f_1(x,y) = c_1^T x + c_2^T y} & \\
 & & \mathbf{s.a.}\quad \mathbf{B_1 x + B_2 y \leq b} & \\
 & & \mathbf{x \geq 0,\ y\ \text{solução de}} & \left.\right\} \underline{\textit{Primeiro Nível}} \\
 & \mathbf{S(x):} & \mathbf{Min}_{y}\ \mathbf{f_2(x,y) = d_2^T y} & \\
 & & \mathbf{s.a.}\quad \mathbf{A_2 y \leq a - A_1 x} & \left.\right\} \underline{\textit{Segundo Nível}} \\
 & & \mathbf{y \geq 0} &
\end{array}
$$

Onde, $\mathbf{x};\ \mathbf{c_1} \in \mathbb{R}^{n_1};\ \mathbf{c_2},\ \mathbf{d},\ \mathbf{y} \in \mathbb{R}^{n_2};\ \mathbf{a} \in \mathbb{R}^{m_2};\ \mathbf{b} \in \mathbb{R}^{m_1}$ são vetores e as matrizes $\mathbf{A_1} \in \mathbb{R}^{m_2 \times n_1};\ \mathbf{A_2} \in \mathbb{R}^{m_2 \times n_2};\ \mathbf{B_1} \in \mathbb{R}^{m_1 \times n_1}$ **e** $\mathbf{B_2} \in \mathbb{R}^{m_1 \times n_2}$. O segundo nível denotado por **S(x)** é o problema de otimização paramétrica que depende do vetor **x**.

Em relação a métodos de solução ou algoritmos para a solução de Problemas Lineares em Dois Níveis pode-se citar, o Algoritmo K-ésimo Melhor Vértice (*"KthBest" Algorithm*), proposto por Wayne F. Bialas & Mark H. Karwan (1984) e o Algoritmo de Pontos de Equilíbrio (*Equilibrium Point Algorithm*) proposto por Manoel Bezerra Campêlo Neto (1999, p.5) que explora a exaustão o método Simplex. Além desses algoritmos, usando métodos que buscam uma solução exata, outros métodos são utilizados para busca de uma solução aproximada, ou seja, uma boa solução para os problemas que enfocam níveis hierárquicos, sendo tais métodos denominados Meta-heurísticas, como a Busca Tabu (*Tabu Search*), Algoritmos Genéticos (*Genetic Algorithms*), e o Algoritmo "*Branch and Bound* ". Assim, podemos observar que:

> De um forma geral, a Programação em Dois Níveis consiste numa classe NP-difícil de problemas de otimização global, e podem ser discutidos como tal, por exemplo processos Meta-Heurísticos, como Busca Tabu que reportaram melhor desempenho em relação aos Algoritmos Genéticos. (MARCOTTE 1999, p.01)

> Os métodos de solução de problema de Programação Binível Linear, segue diferentes [caminhos] e estratégias de solução. Em muitos casos os métodos apresentados na literatura seguem mais de uma estratégia. As estratégias mais comuns (...) [são]: a) Métodos de Enumeração de Pontos Extremos; b) Métodos Baseados nas Condições de Otimalidade; c) Branch-and-Bound; d) Penalizarão de Folgas Complementares; e) Restrição Convexa Reversa; f) Pontos Interiores. (NEVES, 2002, p.41)

> Os principais algoritmos existentes na literatura para resolver o PLDN (Problema Linear de Dois Níveis), [e] agrupados de acordo com sua idéia principal ou estratégia em comum (...) [são]: (i) Enumeração de Pontos Extremos – [K-ésimo Melhor Vértice; Pesquisa de Bases Ótimas do Seguidor], (ii) Métodos Baseados nas Condições de Otimalidade – [Condições de KKT, MLCP (Maximum Linear Complementarity Problem)], (iii) Métodos de Penalidade – [uso da função do Primeiro Nível para penalizar o gap primal-dual do Segundo Nivel], e (vi) Banch-and-Bound- [Fixação de Variáveis Complementares, Eliminação de Variáveis do Seguidor]. (SANTOS, 2002, p.13)

2.3 O Problema Linear de Dois Níveis

O Problema de Programação Linear de Dois Níveis que será utilizado para a aplicação do algoritmo proposto, é um caso especial de PLDN que apresenta restrições apenas no segundo nível, ao qual iremos denominar (PLDNP), e cuja sua formulação é a seguinte:

$$
\textbf{(PLDNP)} \qquad \begin{array}{ll} \min_{x,y} & f_1(x,y) = c_1^T x + c_2^T y \\ \text{s.a.} & x \geq 0,\ y \text{ solução de} \\ & \quad \min_{y}\ f_2(x,y) = d_2^T y \\ & \quad \text{s.a} \quad A_1 x + A_2 y \leq a \\ & \qquad\qquad y \geq 0 \end{array}
$$

Como todo PLDN, sua resolução passa por definir um problema penalizado equivalente de um nível, ao qual é obtida aplicando as condições de KKT ao problema de PL do seguidor, cuja formulação é a que se segue:

$$
P_M(x,y,u) \qquad \begin{array}{ll} \min_{x,y} & f_1(x,y) = c_1^T x + c_2^T y + M\,(d_2^T y - (-a + A_1 x)^T u) \\ \text{s.a.} & A_1 x + A_2 y \leq a \\ & A_2^T u \geq -d_2 \\ & x,y,u \geq 0 \end{array}
$$

Definido as restrições no formato padrão, obtemos as variáveis de folga do problema de PL do seguidor, do primal e do dual. Substituindo as variáveis (x^T, y^T, w^T) por z^T e $(0, v^T, u^T)$ por s^T, o problema $P_M(x, y, u)$ e escrito dessa forma:

$$
\begin{array}{ll} \min & P_M(z,s) = c^T z + M\, s^T z \\ \text{s.a.} & Az = a, \\ & Ds = d, \\ & z^T \geq 0 \quad s^T \geq 0, \end{array}
$$

Onde $A = [\,A_1\ A_2\ I_{m2}\,] \in \mathbb{R}^{m2 \times n}$, $D = [\,0\ \ -I_{n2}\ \ A_2^T\,] \in \mathbb{R}^{n2 \times n}$, $c^T = (\,c_1^T, c_2^T, 0\,) \in \mathbb{R}^n$ respectivamente.

O ALGORITMO IDENTIFICADOR DE VÉRTICES VIÁVEIS PARA PROBLEMA LINEAR DE DOIS NÍVEIS (AIVV- PLDNP)

O algoritmo implementado está inspirado no Algoritmo de Pontos de Equilíbrio, proposto por Campêlo e Scheimberg (2005, p.5). Segundo Campêlo (1999, p.5), “este é um procedimento usado para encontrar candidatos à uma solução de um Problema Linear de Dois Níveis, sem restrições no primeiro nível do problema.”

Em síntese, o procedimento do Algoritmo consiste em formular o Problema de Programação Linear em Dois Níveis como um problema penalizado equivalente, depois de aplicadas as condições otimalidade de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) no problema do segundo nível. Nesse problema penalizado, **Min $P_M(z°,s)$**, sua função objetivo está formada pela função objetivo do líder e a parcela penalizada da complementaridade das folgas, sendo que suas restrições são as condições KKT do problema do seguidor. Fixadas as variáveis do problema primal do seguidor ou as variáveis do problema dual do seguidor, são gerados dois problemas penalizados lineares que definem um Ponto de Equilíbrio para **$M > M°$**, quando se verifica que:

$$\textbf{Min } P_M(z°,s) = \textbf{Min } P_M(z,s°) = P_M(z°,s°)$$

O algoritmo AIVV que é apresentado neste trabalho, trabalha com um valor de penalidade fixa, sendo que tal rotina se repete até encontrar cada um dos pontos extremos da região viável do problema do seguidor, que satisfazem a seguinte condição:

$z° = \text{argmin} \{ P_M(z, s°) \}$sendo que onde **$s° = \text{argmin} \{ P_M(z°, s)\}$**

O fluxograma do **Algoritmo Identificador de Vértices Viáveis (AIVV)** para o Problema de Programação Linear em Dois Níveis proposto por Oliveira (2005, p.146) é descrito abaixo:

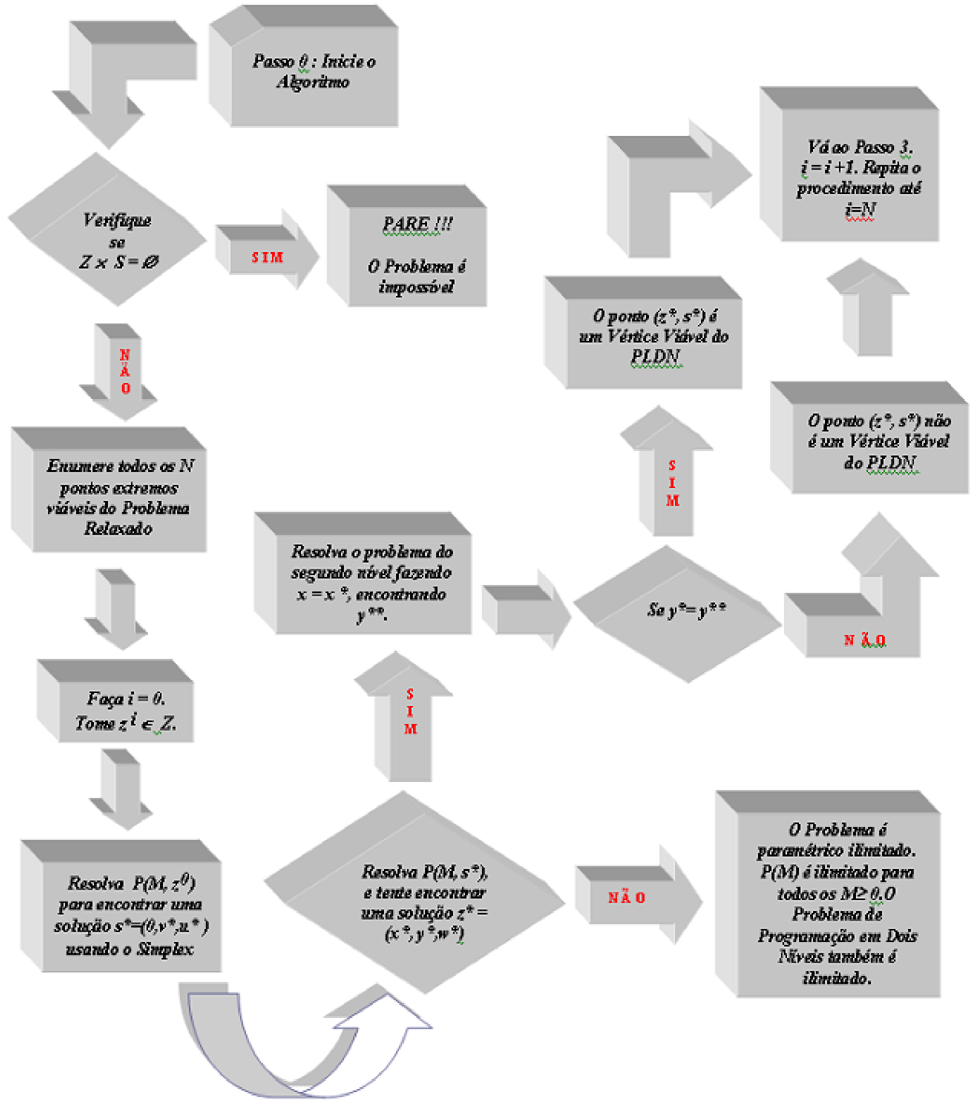

Figura 1 - Fluxograma do Algoritmo Identificador de Vértices Viáveis (AIVV).
Fonte: Oliveira (2005, p.146)

A implementação desse algoritmo é um procedimento de grande complexidade computacional pelo fato de enumerar todos os vértices viáveis do problema do seguidor, sendo posteriormente feito um teste, para verificação, se é ou não um ponto da região viável do PLDNP. O algoritmo se sustenta nos resultados colocados nos Teoremas 1.2.3 e 1.2.4 propostos por CAMPÊLO (1999, p. 17-18)

> Teorema 1.2.3 : Se o PLDN tem solução, pelo menos uma delas é atingida em um ponto extremo do conjunto viável do Problema de Dois Níveis (...)
>
> Teorema 1.2.4 : Todo ponto extremo do conjunto viável do Problema de Dois Níveis é um vértice do conjunto viável relaxado (...) .Problema relaxado é o problema definido pela

função objetivo do lide e todas as restrições do problema PLDN.

Corolário 1.2.2 : Se PLDN tem solução, pelo menos uma delas é atingida em um vértice do conjunto viável relaxado.

Assim, podemos observar que o Algoritmo Identificador de Vértices Viáveis (AIVV) tem convergência finita, uma vez que o conjunto viável do problema relaxado tem definição de finitos números de restrições lineares. Porém, pode ser um número muito grande, aumentando assim a complexidade do problema. No entanto, para problemas em duas dimensões fornece grande ajuda à compreensão das dificuldades de uma resolução do problema de PLDN.

IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL DO ALGORITMO IDENTIFICADOR DE VÉRTICES VIÁVEIS (AIVV) EM □^{2}

A abrangência ou amplitude da implementação do Algoritmo Identificador de Vértices Viáveis (AIVV) foca alguns aspectos, ao qual limitarão tanto nossos problemas testes e suas características. Os aspectos são os seguintes:

i) Serão testados problemas que contenham apenas duas variáveis (□^{2});
ii) Os problemas abordados serão lineares, tanto sua função objetivo, bem como as suas restrições e terão apenas dois níveis hierárquicos – assim o foco de otimização será a Programação Linear em Dois Níveis;
iii) Os exemplos trabalhados terão uma solução finita, ou seja, terão a região viável possível determinada e limitada;
iv) A região viável das restrições do problema relaxado será convexa e não terá soluções básicas degeneradas;
v) Os problemas abordados serão de pequeno porte, apenas para efeito didático e acadêmico;
vi) O código fonte da implementação do Algoritmo Identificado de Vértices Viáveis irá focar apenas problemas de duas variáveis, para efeito de representação geométrica visível;

4.1 Descrição de um Modelo de Otimização

Uma organização tem um problema de distribuição e estocagem portuária de peças. Ela atua em um mercado de área geográfica de extensa cobertura, e portanto deve estabelecer um modelo de estrutura de estoques que represente sua realidade, além da busca da otimização de seus processos. O tipo de transporte marítimo é realizado por Navios Cargueiros. Existem um Depósito Central localizado junto à Indústria e **2** Depósitos Distribuidores Portuários ao qual realizam operações semi-direta de transbordo.

O Depósito Central e os 2 Depósitos Distribuidores Portuários possuem cada qual um gerente distinto; no entanto, pertencem a uma mesma organização. Esses Depósitos Distribuidores Portuários são geridos diferentemente pelo mesmo gerente e atendem aos seus clientes com diferenciação cultural por regiões e, portanto, têm independência em algumas decisões. As projeções de demanda dos produtos em cada região são primeiramente feitas pelo gerente dos Depósitos Distribuidores Portuários e repassadas para o gerente do Depósito Central. Cabe ao gerente do Depósito Central cobrir a oferta da demanda estipulada pelos 2 Depósitos Distribuidores Portuários de modo que minimize os custos de transporte e de estocagem. Assim, o modelo matemático do problema é feito colocando no primeiro nível a decisão dos Depósitos Distribuidores Portuários e no segundo nível a decisão do Depósito Central. É de interesse do Depósito Central maximizar sua quantidade de estoque em relação à quantidade demandada nos Depósitos Distribuidores Portuários, enquanto que estes visam a minimização dos custos de transporte e dos custos de estocagem.

Como informação adicional, quem defere o pedido, ou seja, que gera o custo referente ao transporte marítimo do Depósito Central ao Depósito Distribuidor Portuário j é o gerente dos Depósito Distribuidor Portuário. Além disso, existirem dois tipos de transportes aos quais podem ser feitos, um de custo normal ao qual demandará mais tempo e outro de custo emergencial ao qual tomará menos tempo, mais em contrapartida custará mais caro.

4.1.1 Variáveis para calcular os custos de distribuição

- $x_{DD\,j}$ **:** Quantidade de Mercadorias em m^3 transportada do Depósito Central para o Depósito Distribuidor Portuário j, para j = 1,2. Temos duas categorias de transporte para considerar:
  - $xn_{DD\,j}$ **:** Quantidade de Mercadorias em m^3 transportada no modo normal, e;

- ***$xe_{DD\ j}$:*** Quantidade de Mercadorias em m^3 transportada no modo emergencial.

Daí, têm : $x_{DD\,j} = xn_{DD\,j} + xe_{DD\,j}$

- ***CL_j :*** Custo Logístico unitário (em reais/m^3) de transporte do Depósito Central para o Depósito Distribuidor Portuário j, para j = 1,2. O Depósito Distribuidor Portuário é quem defere o pagamento desses custos Logísticos. Os custos Logísticos são constituídos pela mão-de-obra de embarque, mão-de-obra no decorrer do transporte, armazenamento da carga durante o transporte, as despesas de entrega, transbordo, etc. Temos também duas categorias de custo Logístico unitário de transporte do Depósito Central para o Depósito Distribuidor Portuário j:
  - ***CLN_j***, o custo Logístico Normal e;
  - ***CLE_j*** o custo Logístico Especializado***.***

Daí tem: $CL_j = CLN_j + CLE_j$

4.1.2 Variáveis para calcular custos de armazenagem, quantidade e demanda de estoque no depósito e no distribuidor

- ***y_{DE} :*** Estoque em m^3 remanescente no Depósito Central após envio ao Depósito Distribuidor Portuário j;
- ***CDE :*** Custo unitário de manutenção do estoque no Depósito Central, no período considerado em (reais/m^3)
- ***$y_{DI\,j}$:*** Estoque em m^3 existente no Depósito Distribuidor Portuário j, para j = 1, 2;
- ***CDI_j :*** Custo unitário de manutenção do estoque no Depósito Distribuidor Portuário j, para j = 1, 2, no período considerado em (reais/m^3);
- ***CEDC :*** Custo máximo de estoque aceitável no Depósito Central no período considerado;
- ***$CEDP_j$:*** Custo máximo de estoque aceitável no Depósito Distribuidor Portuário j, para j = 1,2 , no período considerado;

- ***$QDEDI_j$:*** Quantidade máxima de Mercadorias que pode ser transportada do Depósito Central para o Depósito Distribuidor Portuário j para j =1,2;
- ***CDD_j :*** Custo máximo de transporte do Depósito Central para o Depósito Distribuidor Portuário j para j =1,2;
- ***Di_j :*** Demanda existente no Depósito Distribuidor Portuário j, para j = 1, 2;
- ***Oe :*** Oferta existente no Depósito Central;

4.1.3 Funções objetivos do modelo

Considerando que as seguintes funções em um determinado período de tempo considerado nos temos:

$X = \Sigma_{j=1,2} [CLN_j * xn_{DD\,j} + CLE_j * xe_{DD\,j}]$ *: Custos Logísticos;*
$Y = \Sigma_{j=1,2} [CDI_j * y_{DI\,j}]$ *:Custos de Armazenagem*
$Z = y_{DE}$ *:Quantidade de Estoque no Depósito*

A formulação das funções objetivo dos 1° e 2° níveis do modelo para o problema são, respectivamente:

(Distribuidores) ***Min X + Y***
(Depósito) ***Max Z***

4.1.4 Restrições do Problema

i) ***<u>Custo de Estoques no Depósito Central</u>:*** O custo de estoques no Depósito Central é menor ou igual ao estoque remanescente no Depósito Central vezes seu custo, mais o que será expedido do Depósito Central para o Depósito Distribuidor Portuário j (Quantidade de Mercadorias Transportada), nas duas modalidades de transporte vezes seu respectivos custos, caso haja as duas:

$CDE * y_{DE} + [CLN_j * xn_{DD\,j} + CLE_j * xe_{DD\,j}] \leq CEDC$; para j = 1,2;

ii) ***<u>Custo de Transporte (Logística)</u>*:** A quantidade de Mercadorias transportada do Depósito Central para cada Depósito Distribuidor Portuário j, vezes o seu custo Logístico respectivo, nas duas modalidades de transporte, caso haja, deve ser menor ou igual que a custo máximo de transporte permitido do Depósito Central para cada um dos 2 Depósitos Distribuidor Portuário j :

$CLN_j * xn_{DD\,j} + CLE_j * xe_{DD\,j} \leq CDD_j$; para j = 1,2;

iii) ***Custo de Estoques nos Depósitos Distribuidores Portuários*****:** O custo máximo de estoque permitido em cada Depósito Distribuidor Portuário j deve ser menor ou igual ao estoque existente no Depósito Distribuidor Portuário j, vezes o seu custo, mais a quantidade que foi expedida pelo Depósito Central para o Depósito Distribuidor Portuário j, nas duas modalidades de transporte, caso haja, vezes o seu custo:

$CDI_j\ y_{DI\,j} + CLN_j\ xn_{DD\,j} + CLE_j\ xe_{DD\,j} \leq CEDP_j\ ;$ para j = 1,2;

iv) ***Quantidade Demandada nos Depósitos Distribuidores Portuários*****:** A quantidade demandada no Depósito Distribuidor Portuário j, deve ser menor ou igual que a quantidade de estoque existente no mesmo Depósito Distribuidor Portuário j, mais a quantidade de mercadoria transportada do Depósito Central para o Depósito Distribuidor Portuário j, nas duas modalidades de transporte, caso haja as duas:

$Di_j \leq y_{DI\,j} + xn_{DD\,j} + xe_{DD\,j}\ ;$ para j = 1,2;

v) ***Quantidade Ofertada no Depósito Central:*** A quantidade Ofertada no Depósito Central, deve ser menor ou igual ao estoque remanescente no Depósito Central, mais o que será expedido do Depósito Central para o Depósito Distribuidor Portuário j (Quantidade de Mercadorias Transportada), nas duas modalidades de transporte, caso haja as duas:

$Oe \leq y_{DE} + xn_{DD\,j} + xe_{DD\,j}\ ;$ para j = 1,2.

Formulação completa do modelo

A formulação completa do modelo é a seguinte:

$$
\begin{aligned}
&\textbf{Min } X + Y \\
&\quad s.a.:\ \textbf{Max } Z \\
&\qquad s.a.:\ CDE^* y_{DE} + [\, CLN_j * xn_{DD\,j} + CLE_j * xe_{DD\,j}\,] \leq CEDC;\ j = 1,2. \\
&\qquad\quad CLN_j * xn_{DD\,j} + CLE_j * xe_{DD\,j} \leq CDD_j\ ;\quad j = 1,2. \\
&\qquad\quad CDI_j\ y_{DI\,j} + CLN_j\ xn_{DD\,j} + CLE_j\ xe_{DD\,j} \leq CEDP_j\ ;\ j = 1,2. \\
&\qquad\quad Di_j \leq y_{DI\,j} + xn_{DD\,j} + xe_{DD\,j}\ ;\ j = 1,2. \\
&\qquad\quad Oe \leq y_{DE} + xn_{DD\,j} + xe_{DD\,j}\ ;\ j = 1,2.
\end{aligned}
$$

Baseando-se assim em tais preceitos, a implementação desenvolvida sobre os seguintes problemas testes são descritos abaixo como se segue:

- Problema Teste 1 - Proposto por DANTAS (1998, p.13) :

$$\begin{aligned}
&\mathbf{Min}_{x,y}\ \mathbf{x + 4y}\\
&\quad \mathbf{s.a.: Min}_{y}\ \mathbf{-y}\\
&\qquad \mathbf{s.a.}\quad -x - y \le -8\\
&\qquad\qquad -3x + 2y \le 6\\
&\qquad\qquad 3x + 4y \le 48\\
&\qquad\qquad 2x - 5y \le 9\\
&\qquad\qquad 3x + 2y \le 36
\end{aligned}$$

==> A Matriz das Soluções Possíveis do Problema de Dois Níveis é:

vert =					
	2.0000	4.0000	7.0000	8.0000	10.4211
	6.0000	9.0000	1.0000	6.0000	2.3684
	0	5.0000	0	6.0000	4.7895
	0	0	25.0000	18.0000	32.5263
	18.0000	0	23.0000	0	7.2632
	35.0000	46.0000	0	23.0000	0
	18.0000	6.0000	13.0000	0	0

ITERAÇÃO “ 1 ”

==> Não estamos em um Vértice Viável !!!
ans = Partimos do ponto : (2 , 6)
ans = Chegamos no ponto (7 , 1), que não é um Vértice Viável
ans = O valor da função objetivo para o primeiro nível é : 11
ans = O valor fa função objetivo para o segundo nível é : -1

ITERAÇÃO “ 2 ”

==> Estamos em um Vértice Viável !!!
ans = Partimos do ponto : (4 , 9)
ans = Chegamos no ponto (2 , 6), que é um Vértice Viável
ans = O valor da função objetivo para o primeiro nível é : 26
ans = O valor da função objetivo para o segundo nível é : -6

ITERAÇÃO " 3 "
==> Estamos em um vertice viável !!!
ans = Partimos do ponto : (7 , 1)
ans = Chegamos no ponto (8 , 6), que e um vertice viável :
ans = O valor da funcao objetivo para o primeiro nivel e : 32
ans = O valor da funcao objetivo para o segundo nivel e : -6

ITERAÇÃO " 4 "
==> Estamos em um vertice viável !!!
ans = Partimos do ponto : (8.000000e+000 , 6)
ans = Chegamos no ponto (8 , 6), que e um vertice viável :
ans = O valor da funcao objetivo para o primeiro nivel e : 32
ans = O valor da funcao objetivo para o segundo nivel e : -6

ITERAÇÃO “ 5 ”
==> Estamos em um Vértice Viável!!!
ans = Partimos do ponto : (10.4211 , 2.3684)
ans = Chegamos no ponto (10.4211 , 2.3684), que é um Vértice Viável
ans = O valor da função objetivo para o primeiro nível é : 19.8947
ans = O valor da função objetivo para o segundo nível é : -2.3684

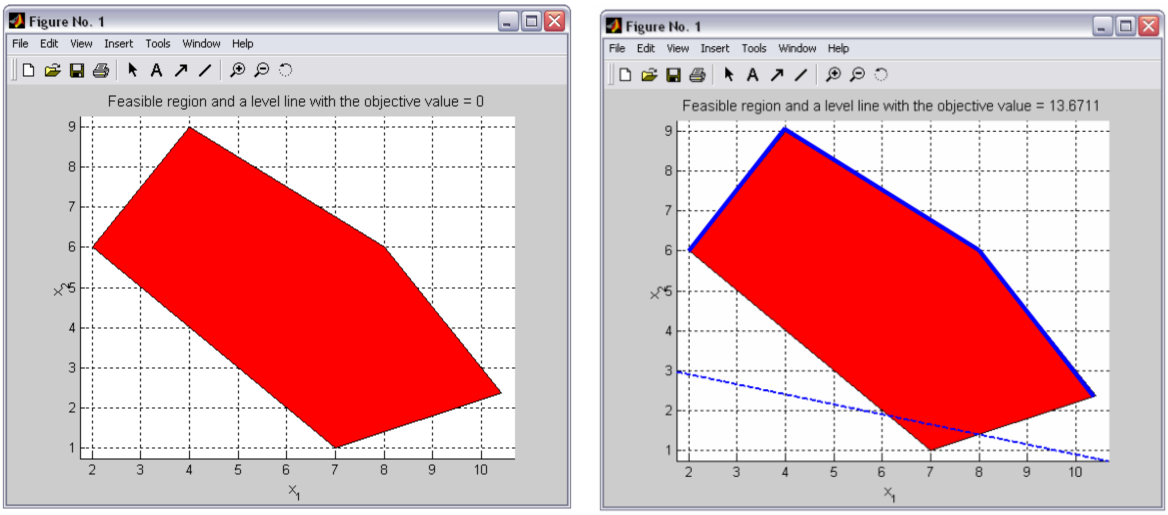

Figura 2 - Região Viável do Problema Relaxado e Região Viável do PLDNP
Fonte: Oliveira (2005, p. 149-150)

Dessa forma, observa-se que esse algoritmo obtém todos os pontos extremos da região viável do problema estendido em primeira mão; após as rodadas, fazendo uso de seus procedimentos, ele obtém os pontos da região viável do PLDNP, aos quais, após uma análise refinada, possa servir de ponto de partida para achar uma solução para o Problema Linear de Dois Níveis. Verifica-se que o ponto (10,4211; 2,3684) após uma análise do problema detalhada do problema é o ótimo global do problema de dois níveis, pois as funções objetivos do primeiro e do segundo nível encontram seu valor mínimo com esse respectivo ponto.

CONCLUSÃO

O modelo de Programação Linear em Dois Níveis mostrou-se bastante eficaz no que concerne a representação de sistemas decisórios descentralizados, refletindo melhor a realidade de uma hierarquia organizacional e a otimização dos processos Logísticos portuários. O Algoritmo Identificador de Vértices Viáveis (AIVV) proposto é um procedimento computacional de grande complexidade, que se mostrou bastante eficaz no que concerne a solução do PLDN, pois revisa todo o poliedro de pontos viáveis do Problema Linear de Dois Níveis, ou seja, explicita todas as candidatas a solução ótima global, facilitando assim a compreensão e solução do problema.

Referências:

BIALAS, Wayne F.; KARWAN, Mark H. **Mathematical Methods for Multilevel Planning:** The Operations Research Program Department of Industrial Engineering State University of New York At Buffalo. Research Report No. 79-2, Buffalo, New York. February, 1979. Disponível em: < http://www.acsu.buffalo.edu/~bialas/public/pub/Papers/papbk79.pdf >. Acesso em: 10 jun. 07.

BIALAS, Wayne F. University at Buffalo: Industrial Engineering**.** Multilevel Optimization, and Multilevel Programming and Bilevel Programming. Criado: 10 ago. 2004. Disponível em: < http://www.acsu.buffalo.edu/~bialas/info/whatis_x.html >. Acesso: 11 mai. 07.

________________. Multilevel Optimization: Some ideas for further study in multilevel optimization. University at Buffalo: Department of Industrial Engineering. 2005. Disponível em: < http://www.acsu.buffalo.edu/~bialas/info/multilevel_ideas.html>. Acesso em: 11 mai. 07.

________________. Decision Systems Group. University at Buffalo: Department of Industrial Engineering. 2005. Disponível em : http://www.acsu.buffalo.edu/~bialas/info/decisiongroup_x.html. Acesso: 11 mai. 07.

CAMPÊLO, Manoel Bezerra Neto. *Programação Linear em Dois Níveis: Uma abordagem teórica e computacional***.** Tese (Doutorado em Engenharia de Sistemas e Computação) – COPPE – UERJ. Rio de Janeiro: Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1999.

CAMPÊLO, Manoel Bezerra Neto; SCHEIMBERG, Suzana Makler*.* A simplex approach for finding local solutions of a linear bilevel program by equilibrium points. Annals of Operations Research, Kluwer, 2005. Disponível em: < http://www.lia.ufc.br/~mcampelo/mcampeloPublic.htm >. Acesso: 18 mai. 07.

COUNCIL OF SUPPLY CHAIN MANAGEMENT PROFISSIONALS. Disponível em: < http://www.cscmp.org/Website/AboutCSCMP/Definitions/Definitions.asp>.Acesso em: 22 jul 07.

DANTAS de Souza, Simone. *Problemas de programação em dois níveis: um estudo dos casos linear, linear-quadrático e quadrático.* Dissertação (Mestre em Engenharia de Sistemas e Computação) - COPPE – UERJ. Rio de Janeiro: Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1998.

GAVIRA, Muriel de Oliveira. *Simulação Computacional como uma Ferramenta de Aquisição de Conhecimento*. Dissertação (Mestre em Engenharia de Produção) - Escola de Engenharia de São Carlos. São Paulo: Universidade de São Paulo, 2003. Disponível em: http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18140/tde-20052003-004345/publico/Gavira1.pdf. Acesso: 24 mai 07.

JORDÁN, Gladys Castillo. Investigação Operacional e Optimização, 2002. Disponível em: <http://www2.mat.ua.pt/io/acetatos.htm >. Acesso em: 11 mai. 07.

LAVAL Silva, Alexandre. *Modelo de Programação Linear em Dois Níveis para Otimização de Estoques de Sobressalentes*. Dissertação (Mestre em Sistemas e Computação) - Ministério da Defesa Exército Brasileiro - Secretaria de Ciência e Tecnologia. Rio de Janeiro: Instituto Militar de Engenharia, 2003.

MARCOTTE, Patrice. Bilevel Programming: Algorithms. Universidade de Montreal, Canadá, 1999. Disponível em: < www.iro.umontreal.ca/~marcotte/ARTIPS/marcot3.ps > . Acesso em: 09 jun. 07.

NEVES, Julio Cezar Silva. *Modelo de Programação Linear Binível para a Alocação Dinâmica de Veículos*. Tese (Doutorado em Sistemas e Computação) – Coordenação dos Programas de Pós-Graduação de Engenharia da Universidade Federal do Rio de Janeiro - COPPE/UFRJ. Rio de Janeiro: Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2002.

NOVAIS, A. G. *Logística e Gerenciamento da cadeia de distribuição*. 4.ed. Rio de Janeiro: Campus, 2001.

OLIVEIRA, Érik da Silva. *Uma Abordagem da Pesquisa Operacional Aplicada à Gestão de Materiais e a Logística: Contribuição para o Ensino do Modelo de Programação Linear em Dois Níveis.* Dissertação (Mestre em Engenharia de Produção) – LEPROD – Laboratório de Engenharia da Produção – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção. Campos dos Goytacazes: Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, 2005.

RODRIGUEZ, Álvaro Bounous. *A atuação, na movimentação de containeres, do Operador Portuário Privado em Paranaguá no contexto da Logística Globalizada "porta a porta":Um Estudo de Caso.*Dissertação (Mestre em Engenharia de Produção e Sistemas). UFSC. Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina, 2001. Disponível em: < http://teses.eps.ufsc.br/defesa/pdf/5572.pdf >. Acesso em: 18 ago. 07.

SANTOS, Carlos André Martins dos. *Programação em Dois Níveis Aplicada ao Estudo da Oferta Ótima em Sistemas Termoelétricos*. Tese (Doutorado em Engenharia de Sistemas de Computação) - Instituto de Matemática do Núcleo de Computação Eletrônica da Universidade Federal do Rio de Janeiro - NCE /IM/UFRJ. Rio de Janeiro: Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2002.

VICENTE, Luis N. Bilevel Programming: Introduction, history and overview. Encyclopedia of Optimization, ed. by C. A. Floudas and P. M. Pardalos, vol. 1, pp. 178-180, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2001.